Die Massenformel nach Burkhard Heim
(1982)

Wiedergabe der Urschrift von Burkhard Heim
zur Programmierung seiner
Massenformel

Forschungskreis Heimsche Theorie
IGW Innsbruck, 2002

Zur Beschreibung der Elementarkorpuskeln

(Ausgewählte Ergebnisse)

Burkhard Heim

Northeim, Schillerstraße 2,

25.2.1982

A) Invarianten möglicher Grundmuster (Multipletts)

Symbole:

k	Konfigurationszahl, $k = 0$: keine ponderable Partikel (keine Ruhemasse). Für ponderable Korpuskeln nur $k = 1$ und $k = 2$ möglich, nicht $k > 2$. k ist eine metrische Kennziffer.
ε	sog. "Zeithelizität". Bezogen auf den R_4 entscheidet $\varepsilon = +1$ oder $\varepsilon = -1$ ob es sich um eine R_4-Struktur oder um die spiegelsymmetrische Antistruktur ($\varepsilon = -1$) handelt.
G	Die Anzahl quasikorpuskulärer interner Subkonstituenten struktureller Art.
b_i	Symbol für diese $1 \le i \le G$ internen Subkonstituenten einer Elementarkorpuskel .
B	Baryonenziffer
P	doppelter Isospin $P = 2s$.
$\underline{P}_{1,2}$	Stellen im P-Intervall, an denen Multipletts vervielfacht auftreten (verdoppelt).
I	Zahl der Komponenten x eines Isospinmultipletts, also $1 \le x \le I$.
Q	doppelter Raumspin $Q = 2J$.
$\underline{Q}$	Wert Q bei $\underline{P}_{1,2}$.
$\kappa(\lambda)$	sog. "Doublettziffer", die mehrere Doubletts durch $\kappa(\lambda) = 0$ oder $\kappa(\lambda) = 1$ unterrscheidet .
Λ	Obere Schranke des κ-Intervalls $1 \le \lambda \le \Lambda$.
C	Strukturdistributor, identisch mit der Seltsamkeitsquantenzahl (strangeness).
q_x	elektrische Ladungsquantenzahl mit Ladungsvorzeichen der Komponenten x des Isospinmultipletts.
q	Betrag der Ladungszahl $q = \lvert q_x \rvert$.

Einheitliche Beschreibung der Quantenzahlen durch k und ε

$$
\left.\begin{aligned}
G &= k + 1 \\
B &= k - 1 \\
\underline{P}_1 &= 2 - k \\
\underline{P}_2 &= 2k - 1 \\
I &= P + 1 , \qquad 0 \le P \le G \\
Q(P) &= k - 1 \\
\underline{Q}(\underline{P}) &= 2k - 1 \\
\kappa(\lambda) &= (1 - \delta_{1\lambda})\, \delta_{1P} , \qquad 1 \le \lambda \le \Lambda = 4 - k \\
C &= 2(P\varepsilon_P + Q\varepsilon_Q)(k - 1 + \kappa)/(1 + \kappa) \\
\varepsilon_{P,Q} &= \varepsilon \cos \alpha_{P,Q}
\end{aligned}\right\} \text{(I)}
$$

$$\alpha_P = \pi Q(\kappa + \binom{P}{2})$$

$$\alpha_Q = \pi Q[Q(k-1) + \binom{P}{2}] \quad \} \text{ (II)}$$

$$2q_x = (P - 2x)[1 - \kappa Q(2 - k)] + \varepsilon[k - 1 - (1 + \kappa)Q(2 - k)] + C, \quad 0 \le x \le P, \quad q = |q_x|$$

Mögliche Konfigurationen $k = 1, k = 2$ mit $\varepsilon = \pm 1$

Die möglichen Multipletts der Grundzustände

Multiplett x_ν der laufenden Ziffer ν für $\varepsilon = +1$ und Antimultiplett $\bar{x}_n$ mit $\varepsilon = -1$.

Allgemeine Darstellung: $\bar{x}_n\,(\varepsilon B, \varepsilon P, \varepsilon Q, \varepsilon\kappa)_\varepsilon C(q_0, \ldots, q_P)$

Mesonen: $k = 1$, $G = 2$ (Quark?), $B = 0$, $0 \le P \le 2$, also vom Singulett $I = 1$ bis Triplett $I = 3$.
$Q = 0$, $\underline{Q} = 1$, $\Lambda(k{=}1) = 3$, $\kappa(1) = 0$, $\kappa(2) = \kappa(3) = 1$

Baryonen: $k = 2$, $G = 3$ (Quark?), $B = 1$, $0 \le P \le 3$ vom Singulett $I = 1$ bis Quartett $I = 4$,
$Q = 1$, $\underline{P}_1 = 0$, $\underline{P}_2 = 3$, $\underline{Q} = 3$, $\Lambda(k{=}2) = 2$, $\kappa(1) = 0$, $\kappa(2) = 1$

Mögliche Multipletts für $\varepsilon = +1$:

k = 1:
$x_1\,(0000)0(0) \equiv (\eta)$
$x_2\,(0110)0(0,-1) \equiv (e_0, e^-)$, (ist die Existenz e_0 möglich ?)
$x_3\,(0111)0(-1,-1) \equiv x_3\,(0111)0(-1) \equiv (\mu^-)$ Pseudosingulett }(III)
$x_4\,(0101){+1}(+1,0) \equiv (K^+, K^0)$
$x_5\,(0200)0(+1,0,-1) \equiv x_5\,(0200)0(\pm 1,0) \equiv (\pi^\pm, \pi^0)$ Antitriplett zu sich selbst?

k = 2:
$x_6\,(1010){-1}(0) \equiv (\Lambda)$
$x_7\,(1030){-3}(-1) \equiv (\Omega^-)$
$x_8\,(1110)0(+1,0) \equiv (p,n)$
$x_9\,(1111){-2}(0,-1) \equiv (\Xi^0, \Xi^-)$ }(IV)
$x_{10}\,(1210){-1}(+1,0,-1) \equiv (\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-)$
$x_{11}\,(1310){-2}(+1,0,-1,-2) \equiv (o^+, o^0, o^-, o^{--})$, (Existenz möglich ?)
$x_{12}\,(1330)0(+2,+1,0,-1) \equiv (\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-)$, (als Grundzustand denkbar ?)

<u>Kürzungen</u>:

$$\eta = \pi/(\pi^4 + 4)^{1/4}$$
$$\eta_{kq} = \pi/[\pi^4 + (4+k)q^4]^{1/4}$$
$$J = 5\,\eta + 2\sqrt{\eta} + 1 \quad \text{(V)}$$
$$A_1 = \sqrt{\eta_{11}}\,(1 - \sqrt{\eta_{11}})/(1 + \sqrt{\eta_{11}})$$
$$A_2 = \sqrt{\eta_{12}}\,(1 - \sqrt{\eta_{12}})/(1 + \sqrt{\eta_{12}})$$

Plancksche Konstante: $\hbar = h/2\pi$, Lichtgeschwindigkeit: $c = (\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2}$, Wellenwiderstand des leeren R_3 (elektromagnetisch): $R_- = c\mu_0$, mit ε_0 und μ_0 Konstanten der Influenz und Induktion.

Elektrische Elementarladung: $e_\pm = 3C_\pm$ mit

$$C_\pm = \pm \sqrt{2J\hbar / R_-}\ /(4\pi)^2$$ (evtl. elektr. Quarkladung ?)

Feinstrukturkonstante: $\alpha\sqrt{(1-\alpha^2)} = 9\vartheta\,(1 - A_1A_2)/(2\pi)^5$, $\alpha > 0$.

Lösung: $\alpha_{(+)}$ (positiver Zweig) und $\alpha_{(-)}$ (negativer Zweig).

Numerisch: $\alpha_{(+)}^{-1} = 137{,}03596147$
$\alpha_{(-)}^{-1} = 1{,}00001363$

Was bedeutet diese starke Kopplung $\alpha_{(-)}$?
Kürzung: $\alpha_{(+)} = \alpha$, $\alpha_{(-)} = ß \approx 137\,\alpha$.

B) Massenspektrum der Grundzustände und ihrer Resonanzen

Die verwendeten Naturkonstanten und reine Zahlen:

Wirkungsquant: $\hbar = h/2\pi = 1{,}0545887 \times 10^{-34}$ J s,
Lichtgeschwindigkeit: $c = 2{,}99792458 \times 10^8$ m s^{-1},
Newtonsche Gravitationskonstante: $\gamma = 6{,}6732 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2},
Influenzkonstante: $\varepsilon_0 = 8{,}8542 \times 10^{-12}$ A sV^{-1} m^{-1},
Induktionskonstante: $\mu_0 = 1{,}2566 \times 10^{-6}$ A^{-1} s V m^{-1},
Vakuum Wellenwiderstand: $R_- = (\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2} = 376{,}73037659$ V A^{-1};

abgeleitete Naturkonstante (Massenelement):

$$m = \sqrt[4]{p}\,\sqrt[3]{3pg\hbar s_0}\,\sqrt{\hbar / 3cg}\; s_0^{-1}\ , \qquad s_0 = 1\,[\mathrm{m}]\ \text{(Eichfaktor)} \qquad \text{(VI)}$$

Basis natürlicher Logarithmen: $e = 2{,}71828183$,
Zahl $\pi = 3{,}1415926535$,
geometrische Konstante: $\xi = 1{,}61803399$,
[als Limes des “Kreations-Selectors“] $\lim_{n\to\infty} a_n : a_{n-1} = \xi$ der Folge $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$
(bis zur 8. Dezimalstelle durch $\xi = (1 + \sqrt{5})/2$ darstellbar).

Hilfsfunktionen:

$$\eta = \pi/(\pi^4 + 4)^{1/4} \qquad \text{(VII)}$$

$$\left.\begin{aligned} t &= 1 - 2/3\,\xi\,\eta^2\,(1 - \sqrt{\eta}) \\ \alpha_+ &= t\,(\eta^2\,\eta^{1/3})^{-1} - 1 \\ \alpha_- &= t\,(\eta\eta^{1/3})^{-1} - 1 \end{aligned}\right\}\text{(VIII)}$$

Quantenzahlen nach (A):

$$\eta_{qk} = \pi/[\pi^4 + (4+k)q^4]^{1/4}$$

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= \alpha_1 , \\ N_2 &= (2/3)\, \alpha_2 , \\ N_3 &= 2\, \alpha_3 , \\ \text{mit} \\ \alpha_1 &= ½\,(1 + \sqrt{\eta_{qk}}\,) , \\ \alpha_2 &= 1/\,\eta_{qk} , \\ \alpha_3 &= e^{(k-1)}/k - q\,\{\alpha/3\,[(\,1 + \sqrt{\eta_{qk}}\,)\,(\xi/\eta_{qk}{}^2)]^{(2k+1)}\,\eta_{qk}{}^3 + \\ &\quad + [\eta(1,1)/\,e\,\eta_{qk}]\,(2\sqrt{\xi\eta_{qk}})^k\,[(1 - \sqrt{\eta_{qk}})\,/(1 + \sqrt{\eta_{qk}})]^2\,\} \end{aligned}\right\} \text{(IX)}$$

Invariante metrische Gerüststruktur (Kürzung $s = k^2 + 1$):

$$\begin{aligned} Q_1 &= 3 \cdot 2^{\,s-2} , \\ Q_2 &= 2^s - 1 , \\ Q_3 &= 2^s + 2(-1)^k , \\ Q_4 &= 2^{s-1} - 1 . \end{aligned} \qquad \text{(X)}$$

Vierfache R_3-Konturierung $1 \le j \le 4$. Q_j = const hinsichtlich Zeit t. Besetzungsparameter $n_j = n_j(t)$ bedingt radioaktiven Zerfall. Massenelemente der Besetzungen der Konfigurationszonen j sind $\mu\alpha_+$.

Weitere Hilfsfunktionen der Zonenbesetzungen:

$$\begin{aligned} K &= n_1{}^2\,(1+n_1)^2N_1 + n_2\,(2n_2{}^2+3n_2+1)N_2 + n_3\,(1+n_3)N_3 + 4n_4 , \\ \underline{G} &= Q_1{}^2(1+Q_1)^2N_1 + Q_2(2Q_2{}^2+3Q_2+1)N_2 + Q_3(1+Q_3)N_3 + 4Q_4 , \\ H &= 2n_1Q_1[1+3(n_1+Q_1+n_1Q_1) + 2(n_1{}^2+Q_1{}^2)]N_1 + 6n_2Q_2(1+n_2+Q_2)N_2 + \\ &\quad +2n_3Q_3N_3 \end{aligned} \qquad \text{(XI)}$$

$$\begin{aligned} \Phi = {} & 3\,P/(\pi\sqrt{\eta_{qk}})\,(1 - \alpha_-/\alpha_+)(P+Q)(-1)^{P+Q}[1-\alpha/3+\pi/2\,(k-1)\,3^{1-q/2}\,] \\ & *\{1+2\,k\,\kappa/(3\,\eta^2)\,\xi[1 + \xi^2(P-Q)(\pi^2-q)]\}\,[1 +(\,4\,\xi\tbinom{P}{2}/k)(\xi\,/6)^q]^{-1} \\ & *[\,2\,\sqrt{\eta_{11}}\sqrt{\eta_{qk}} + q\eta^2\,(k - 1)]\,(1+4\pi\alpha/\eta\sqrt{\eta})(1+Q(1-\kappa)(2-k)n_1/Q_1] \\ & + 4\,(1 - \alpha_-/\alpha_+)\alpha(P+Q)/\xi^2 \; + 4\,q\alpha_-/\alpha_+ \end{aligned}$$

Einheitliches Massenspektrum:

$$M = \mu\alpha_+\,(K + \underline{G} + H + \Phi) \qquad \text{(XII)}$$

Nicht jede Quadrupel n_j liefert eine reale Masse! Zur Auswahlregel: In der vierfachen R_3-Konturierung $1 \le j \le 4$ Konfigurationszonen $n(j=1)$, $m(j=2)$, $p(j=3)$, $\sigma(j=4)$.
Besetzungsanstieg mit metrischen Strukturelementen:
Zentralzone n kubisch,
Internzone m quadratisch
Mesozone p linear (Anschluß an den leeren Raum R_3)
Externzone σ punktuell.

Anstiegsprinzip der Konfigurationszonen:

$$n_4+Q_4 \le (n_3+Q_3)\alpha_3 \le (n_2+Q_2)^2\,\alpha_2 \le (n_1+Q_1)^3\alpha_3 \qquad \text{(XIII)}$$

<u>Auswahlregel der Konfigurationszonenbesetzungen</u>

$$(n_1+Q_1)^3\alpha_1 + (n_2+Q_2)^2\,\alpha_2 + (n_3+Q_3)\alpha_3 + \exp[1-2k(n_4+Q_4)/3Q_4] + iF(\Gamma) = \qquad \text{(XIV)}$$
$$= W_{\nu x}\{1 + [1-Q(2-k)(1-\kappa)][a_{\nu x}N/(N+2) + b_{\nu x}\sqrt{N(N-2)}\,]\}$$

$$W_{\nu x} = g(qk)\,w_{\nu x}\,,$$

Basisanstieg: $g(qk) = Q_1^3\alpha_1 + Q_2^2\,\alpha_2 + Q_3\alpha_3 + \exp[(1-2k)/3]$ für $n_j = 0$. (XV)

Strukturpotenz des diskutierten Zustandes $w_{\nu x} = (kPQ\kappa)_\varepsilon C(q_x)$ als Komponente x des Multipletts ν ist:

$$\begin{aligned} w_{\nu x} = \; & \{(1-Q)[A_{11}-P(A_{12}+A_{13}q\kappa/\eta_{qk}) - \tbinom{P}{2}(A_{14}-A_{15}q/\eta_{qk})] + \kappa Q\eta_{qk}A_{16}\}^{2-k} + \\ & + \{(q-1)A_{21} + (1-P)A_{22} + \tbinom{P}{2}[A_{23}-q_x\eta_{qk}(1+A_{24}(+q_x))^{-1}A_{25}] + \\ & + \kappa(A_{26}+q\eta_{qk}^2A_{31}) + \tbinom{Q}{3}\eta_{qk}A_{32} + \tbinom{P}{3}[A_{33}q^3(q_x - (-1)^q)/(3-q) + \\ & + \frac{e(P-Q)h^{(q+1)q/4}}{8-A_{66}^{q(q-1)}}\,(1 - q(2-q)A_{34}{}^{1-q}{}_xA_{35}/\eta_{qk})\,\eta_{qk}/\eta^2 - A_{36}]\}^{k-1}\,. \end{aligned} \qquad \text{(XVI)}$$

$$w(1) = (1-Q)[A_{11} - P(A_{12}+ A_{13}q\kappa/\eta_{qk}) - \tbinom{P}{2}(A_{14} - A_{15}q/\eta_{qk})] + \kappa Q\,\eta_{qk}A_{16} \qquad \text{(XVII)}$$

und

$$\begin{aligned} w(2) = \; & (q-1)A_{21} + (1-P)A_{22} + \tbinom{P}{2}[A_{23} - A_{25}q_x\eta_{qk}(1 + A_{24}(1+q_x))^{-1}] + \\ & + \kappa(A_{26} + q\eta_{qk}^2A_{31}) + \tbinom{Q}{3}\eta_{qk}A_{32} + \tbinom{P}{3}\{A_{33}q^3[q_x - (-1)^q)/(3-q)] + \\ & + \frac{e(P-Q)h^{(q+1)q/4}}{8-A_{66}^{q(q-1)}}\,[1 - q(2-q)A_{34}{}^{(1-q}{}_x{}^{)}A_{35}/\eta_{qk}]\,\eta_{qk}/\eta^2 - A_{36}\} \end{aligned} \qquad \text{(XVIII)}$$

In $\quad w_{\nu x} = [w(1)]^{2-k} + [w(2)]^{k-1}$ (XIX)

können für einzelne Quantenzahlensätze bei $k = 1$ zu $w(2) = 0$ oder bei $k = 0$ zu $w(1) = 0$ werden, was zu uneigentlichen Termen 0^0 führt, die aber als Strukturpotenzanteile stets den Wert 1 haben müssen. Aus diesem Grunde ist es bei der Programmierung zu empfehlen, w(1) und w(2) durch die numerisch nicht relevanten Summanden k-1 und 2-k zu ergänzen. Da stets $w(1) \neq -1$ und $w(2) \neq -1$ bleiben, aber nur k=1 oder k=2 möglich ist, erscheinen in der Fassung

$$w_{\nu x}(k) = [k-1+w(1)]^{2-k} + [2-k+w(2)]^{k-1}$$

die uneigentlichen Terme nicht mehr. Für mesonische Strukturen wird $w_{\nu x}(k=1) = 1 + w(1)$ und für barionische Strukturen $w_{\nu x}(k=2) = 1 + w(2)$ nach dieser Korrektur sofort deutlich.

Ferner gilt als Resonanzbasis: $a_{vx} = A_{41}\,(1 + a_n a_q)/k$ (XX)

mit: $a_n = PA_{42}\,[1 - \kappa A_{43}\,(1 + A_{44}\,(-\alpha)^{2-k}\,A_{45}^{k-1})*$
$*(1 - \kappa Q A_{46}(2-k)) - A_{51}(k-1)(1-\kappa)]$ (XXI)

und $a_q = 1 - qA_{52}(1 - 2A_{53}^{k})[1 + q_x(3-q_x)(k-1)(1-\kappa)/6].$ (XXII)

Resonanzraster ist:

$$b_{vx} = \{A_{54}A_{55}^{k-1}\,[1 - PA_{56}(1-\kappa A_{61}A_{62}^{1-k})(1 + qA_{63}(1 + \kappa A_{64}))]\,*$$
$$*\,(1-k^{-1}\,(A_{65}(q+k-1))^{2-k}\,\binom{P}{2}\,(1 - \binom{P}{3}))\}/[k^{P}(1+P+Q+\kappa\eta^{2-q})]\quad\text{(XXIII).}$$

Die Koeffizienten A_{rs} können als Elemente der quadratischen Koeffizientenmatrix $\hat{A} = (A_{rs})_6$ mi$A_{rs} \neq A_{sr}$ und $\mathrm{Im}A_{rs} = 0$ aufgefaßt werden.

Vorschlag zur Bestimmung der Matrixelemente (Reduktion auf π, e und ξ):

$A_{11} = (\xi^2\,\pi\,e)^2\,(1 - 4\,\pi\,\alpha^2\,)\,/\,2\,\eta^2\,,$
$A_{12} = 2\,\pi\,\xi^2\,(\vartheta/24 - e\,\pi\,\eta\,\alpha^2\,/\,9)$
$A_{13} = 3\,(4 + \eta\,\alpha)[(1 - (\eta^2/5)\,(1 - \sqrt{\eta})^2\,/(1 + \sqrt{\eta})^2\,]$
$A_{14} = [1 + 3\,\eta\,(2\,\eta\,\alpha - e^2\xi)(1 - \sqrt{\eta})^2/\,\{(1 + \sqrt{\eta})^2\,4\,\xi\}]/\,\alpha$

$A_{15} = e^2(1 - 2e\alpha^2/\eta)/3$
$A_{16} = (\pi e)^2[1 + \alpha(1+6\alpha/\pi)/5\eta]$
$A_{21} = 2(e\alpha/2\eta)^2(1 - \alpha/2\xi^2)$
$A_{22} = \xi[1 - \xi(\alpha\xi/\eta^2)^2]/12$

$A_{23} = (\eta^2 + 6\xi\alpha^2)/e$
$A_{24} = 2\xi^2/3\eta$
$A_{25} = \xi(\pi e)^2(1 - ß^2)$
$A_{26} = 2\{1 - [\pi(e\xi\alpha)^2\sqrt{\eta}]/2\}/e\xi^2$

$A_{31} = (\pi e\alpha)^2[1 - (\pi e)^2(1 - ß^2)]$
$A_{32} = \xi^2[1 + (2e\alpha/\eta)^2]/6$
$A_{33} = (\pi e\xi\alpha)^2[1 - 2\pi(e\xi)^2(1 - ß^2)]$
$A_{34} = \eta\,\sqrt{2ph}$

(XXIV)

$A_{35} = 3\alpha/e\xi^2$
$A_{36} = [1 - \pi e(\xi e)^2(1 - ß^2)]^{-1}$
$A_{41} = \{\xi[2 + (\xi\alpha)^2] - 2ß\}/(2ß - \alpha)$
$A_{42} = [\pi\xi^2\eta(ß - 3\alpha)]/2$

$A_{43} = \xi/2$
$A_{44} = 2(\eta/\xi)^2$
$A_{45} = (3ß - \alpha)/6\xi$
$A_{46} = \pi e/\xi\eta - e\eta^2\alpha/2$

$A_{51} = (2\alpha + 1)^2$
$A_{52} = 6\alpha/\eta^2$
$A_{53} = (\xi/\eta)^3$
$A_{54} = \alpha(ß - \alpha)\sqrt{(3/2)}$

$A_{55} = \xi^2$
$A_{56} = (\xi/\eta)^4$
$A_{61} = \pi\xi(2ß - \alpha)/12ß$
$A_{62} = \pi^2(ß - 2\alpha)/12$

$A_{63} = (\sqrt{\eta})/9$
$A_{64} = \pi/3\eta$
$A_{65} = \pi/3\xi$
$A_{66} = \xi\eta$

Die Resonanzordnung $N \geq 0$ (positiv ganzzahlig) wählt die zugelassenen Quadrupel n_j mit $1 \leq j \leq 4$ aus. Mit der Kürzung

$$f(N) = [1 - Q(2 - k)(1 - \kappa)][a_{\nu x} N/(N+2) + b_{\nu x} \sqrt{N(N-2)}\,] \qquad \text{(XXV)}$$

folgt, dass die unbekannte Funktion $F(\Gamma) = 0$ für alle $N \neq 1$ bleibt (rechte Seite ist reell).
Im Fall $N = 0$ wird $f = 0$, so dass

$$(n_1 + Q_1)^3\alpha_1 + (n_2 + Q_2)^2 \alpha_2 + (n_3 + Q_3)\alpha_3 + \exp[(1\text{-}2k)(n_4+Q_4)/3Q_4] = W_{\nu x} \qquad \text{(XXVI)}$$

die n_j des Zustandes $x_{\nu x}$ und damit die Masse $M_0(\nu x)$ der Komponente x des Multipletts x_ν beschreibt. Die $N \geq 2$ ordnen $x_{\nu x}$ ein Spektrum von Besetzungsparameterquadrupeln und damit nach der Massenformel Resonanzmassen $M_N(\nu x)$ zu (für jede Komponente $x_{\nu x}$ also ein Massenspektrum). Im Fall $N = 1$ <u>kein</u> Spektralterm. Hier ist nicht $f(N) \geq 0$, $f(1)$ ist komplex.

Realteil: $(\underline{n}_1+Q_1)^3\alpha_1 + (\underline{n}_2+Q_2)^2 \alpha_2 + (\underline{n}_3+Q_3)\alpha_3 + \exp[(1\text{-}2k)(\underline{n}_4+Q_4)/3Q_4] =$
$W_{\nu x}\{1+[1\text{-}Q(2\text{-}k)(1\text{-}\kappa)]a_{\nu x}/3\}$ (XVII)

Imaginärteil: $F(\Gamma) = W_{\nu x}[1\text{-}Q(2\text{-}k)(1\text{-}\kappa)]b_{\nu x}$. (XXVIII)

Die $\underline{n}_j$ und $F(\Gamma)$ stehen mit N in irgendeiner Beziehung zu den vollen Bandbreiten Γ.
Auch muß es einen Zusammenhang $Q_N = Q(N)$ zwischen doppelter Spinquantenzahl Q und N geben. Wie könnten diese Zusammenhänge beschaffen sein?

Wird $N = 1$ ausgeschlossen, dann $F = 0$, und reelle Beziehung:

$$(n_1 + Q_1)^3\alpha_1 + (n_2 + Q_2)^2 \alpha_2 + (n_3 + Q_3)\alpha_3 + + \exp[(1\text{-}2k)(n_4+Q_4)/3Q_4] = W_{\nu x}(1+f) \text{(XXIX)}$$

diskutieren. Im allgemeinen $f > 0$ für $N \geq 2$ und $f = 0$ für $N = 0$. Im Falle des Multipletts x_2 jedoch $f = 0$ für alle $N \geq 0$, weil hier allein $Q(2\text{-}k)(1\text{-}\kappa) = 1$ ist. Elektronen sind nach diesem Bild nicht anregbar!

Bei numerischer Bestimmung von $W_{\nu x}$, $a_{\nu x}$, $b_{\nu x}$ und $\Phi_{\nu x}$ (Quantenzahlenfunktion im Massenspektrum M) <u>nicht</u> $Q_N = Q(N)$, sondern $Q = Q(0)$ des x_ν verwenden. Zur Bestimmung der n_j wird das Anstiegsprinzip der Konfigurationszonenbesetzungen berücksichtigt. Zunächst für eine Resonanzordnung $N = 0$ oder $N \geq 2$ die rechte Seite $W_{\nu x}(1+f(N)) = W_1$ numerisch bestimmen. Nach der Auswahlregel die maximale Kubikzahl K_1^3 feststellen, deren Produkt mit α_1 noch in W_1 enthalten ist. Dann $W_1 - \alpha_1 K_1^3 = W_2 \geq 0$ einsetzen in:

$$(n_2 + Q_2)^2 \alpha_2 + (n_3 + Q_3)\alpha_3 + \exp[(1-2k)(n_4+Q_4)/3Q_4] = W_2 \qquad \text{(XXX).}$$

Jetzt maximale Quadratzahl K_2^2 derart, dass $\alpha_2 K_2^2$ noch in W_2 enthalten ist, also $W_2 - \alpha_2 K_2^2 = W_3 \geq 0$. Ganz entsprechend in

$$(n_3 + Q_3)\alpha_3 + \exp[(1-2k)(n_4+Q_4)/3Q_4] = W_3 \qquad \text{(XXXI)}$$

maximale Zahl K_3 im Sinne $W_3 - \alpha_3 K_3 = W_4 \geq 0$ bestimmen.

Für W_4 drei Möglichkeiten: (a): $W_4 = 0$,
(b): $0 < W_4 \leq 1$,
(c): $W_4 > 1$.

Allgemeiner Fall (b): $\ln W_4 \leq 0$ und $K_4(2k-1) = -3Q_4 \ln W_4$.
Im Fall (c) ist $\ln W_4 > 0$ und $K < 0$. Dies ist unmöglich, weil stets $n_j+Q_j \geq 0$ bleiben muß. Wegen $n_4+Q_4 \leq (n_3+Q_3)\alpha_3$ des Anstiegsprinzips wird dann K_3 um 1 vermindert und $\alpha_3 K_3$ zu $K_4 < 0$ addiert, so dass ein neuer Wert $K_4 \geq 0$ entsteht, was $K_3 > 0$ voraussetzt; denn im Fall $K_3 = 0$ kann diese Dilatation wegen des quadratischen Anstiegs von $j = 2$ nicht erfolgen, so dass diese Resonanzordnung N für $x_{\nu x}$ nicht existiert (verbotener Term).

Im Fall (a) hätte $W_4 \to 0$ die Divergenz $K_4 \to \infty$ zur Folge, doch ist dies wegen $K_4 \leq \alpha_3 K_3$ unmöglich (zumal es divergierende Selbstpotenziale nicht gibt). Aus diesem Grunde wird im Fall (a) der maximale Wert $K_4 = \alpha_3 K_3$ berechnet. Aus den ermittelten K_j folgt $n_j = K_j - Q_j$.
Es ist zwar neben $n_j \geq 0$ auch $n_j < 0$ möglich, doch gilt stets $K_j \geq 0$, also $n_j \geq -Q_j$.
Die so ermittelte Quadrupel n_j wird mit $\Phi_{\nu x}$ in das Massenspektrum eingesetzt, was numerisch $M_N(\nu x)$ als Spektralterm des Massenspektrums zu $x_{\nu x}$ liefert.

<u>Vermerk:</u> Die K_j sind stets ganzzahlig. Im Fall der Bestimmung von K_4 treten jedoch regelmäßig Dezimalstellen auf. Im Fall der Dezimalstellen $,99\ldots\overline{99}$ muß die Identität $,99\ldots\overline{99} = 1$ verwendet werden. Ist dagegen die Folge der Dezimalstellen von diesem Wert verschieden, dann darf <u>nicht</u> aufgerundet werden. Die Dezimalstellen sind abzuschneiden, weil die K_j die Anzahlen von Strukturentitäten sind

<u>Grenzen der Resonanzspektren</u>

Allgemeines Bauprinzip der Konfigurationszonen:

$$\begin{aligned} &n_4+Q_4 \leq (n_3+Q_3)\alpha_3 \,, \\ &\alpha_3 (n_3+Q_3)(1+n_3+Q_3) \leq 2\alpha_2(n_2+Q_2)^2 \,, \qquad \text{(XXXII)} \\ &\alpha_2 (n_2+Q_2)[2(n_2+Q_2)^2 + 3(n_2+Q_2) + 1] \leq 6\alpha_1 (n_1+Q_1)^3 \,. \end{aligned}$$

Wird durch den Anstieg N zwischen zwei Zonen die Gleichheit erreicht, dann $n_j+Q_j \to 0$ in j, während j-1 um die Ziffer 1 auf $n_{j-1} + Q_{j-1} + 1$ angehoben wird. Anregung erfolgt also „von Außen nach Innen". Stets ist $n_j+Q_j \geq 0$ ganzzahlig, da sie Anzahl von Strukturentitäten ist. Leerraumbedingung: $n_j = -Q_j$, aber $(n_j)_{max} = L_j < \infty$ (keine divergierenden Selbstenergiepotenziale). Intervalle $-Q_j \leq n_j \leq L_j < \infty$ bedingen $0 \leq N \leq L < \infty$ der Resonanzordnung. Mit $M_0(\nu x) = M_0$ gilt:

$$4\mu\alpha_+\alpha_1 (L_1+Q_1)^3 = [2(P+1)]^{2-k}M_0G \qquad \text{(XXXIII)}$$

mit $G = k+1$ und daraus nach dem Bauprinzip

$$\begin{aligned} &\alpha_2(L_2+Q_2)[2(L_2+Q_2)^2 + 3(L_2+Q_2) + 1] \leq 6\alpha_1 (L_1+Q_1)^3 , \\ &\alpha_3(L_3+Q_3)(1+L_3+Q_3) \leq 2\alpha_2(L_2+Q_2)^2 , \qquad \text{(XXXIV)} \\ &L_4+Q_4 \leq (L_3+Q_3)\alpha_3 . \end{aligned}$$

Implizit gilt für L der Resonanzordnungen:

$$\begin{aligned} &(L_1 + Q_1)^3\alpha_1 + (L_2 + Q_2)^2 \alpha_2 + (L_3 + Q_3) \alpha_3 + \exp[(1-2k)(L_4+Q_4)/3Q_4] = \\ &=W_{\nu x} [1+f(L)] \qquad \text{(XXXV)} \end{aligned}$$

Auch bei der Bestimmung von L_j und L nicht aufrunden, sondern Dezimalstellen abschneiden! Die aus dem Bauprinzip gewonnenen L_j liefern die absoluten Maximalmassen M_{max} , aber die aus den L ermittelten Quadrupeln die realen Grenzterme $M_L < M_{max}$, die jedoch mit $(M_{max} - M_L)c^2$ sekundär anregbar sind und dann die M_{max} erreichen.

Northeim,
Schillerstraße 2 gez. (Heim)

25.2.1982

Verteilt an: Deutsches Elektronen-Synchrotron (DESY) Hamburg,
Eidgenössische Technische Hochschule (ETH) Zürich,
Max-Planck-Institut für Theoretische Physik, München,
Messerschmitt-Bölkow-Blohm GmbH (MBB), Ottobrunn bei München:
Dr. G. Emde, Dr. W. Kroy, Dipl.-Phys. I. v. Ludwiger.
Staatsanwalt G. Sefkow, Berlin, und H. Trosiner, Hamburg.